© Н.В. Цветкова, Е.И. Случанко, 2022
УДК: 616.13-004.6 DOI: 10.20969/VSKM.2022.15(5).73-80

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ АТЕРОСКЛЕРОТИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА ВО ВНУТРЕННЕЙ СОННОЙ АРТЕРИИ НА ГЕМОДИНАМИКУ БРАХИОЦЕФАЛЬНЫХ АРТЕРИЙ И ВИЛЛИЗИЕВА КРУГА

ЦВЕТКОВА НАДЕЖДА ВАСИЛЬЕВНА, *ORCID ID: 0000-0001-5751-6604, клинический ординатор кафедры лучевой диагностики и медицинской визуализации ФГБУ «НМИЦ им. В. А. Алмазова» Минздрава России, ассистент кафедры фундаментальной медицины и биохимии ФГБОУ ВО «Псковский государственный университет», Россия, 180007, Псков, Красноармейская ул., 1, тел. +7-911-396-04-69, e-mail: nadya.cvetkova@mail.ru*

СЛУЧАНКО ЕВГЕНИЯ ИВАНОВНА, *ORCID ID: 0000-0002-9571-3163, докт. мед.наук, профессор, зав. кафедрой фундаментальной медицины и биохимии ФГБОУ ВО «Псковский государственный университет», Россия, 180007, Псков, Красноармейская ул., 1, тел. +7-911-629-60-37, e-mail: evgenija-sluchanko@rambler.ru*

Реферат. ***Введение.*** Широкая распространённость атеросклероза, как основной причины патологии сердечно-сосудистой системы, определяет его медико-социальную значимость. В настоящее время диагностику атеросклероза проводят методами ультразвуковой допплерографии и компьютерной томографической ангиографии с контрастным усилением. Однако, наиболее перспективным направлением в диагностике атеросклероза является создание и внедрение в клиническую практику имитационных компьютерных моделей атеросклеротического процесса с целью раннего прогнозирования развития осложнений у больных с сердечно-сосудистой патологией. ***Цель –*** разработка имитационной компьютерной модели брахиоцефальных артерий с Виллизиевым кругом в норме и при атеросклеротических изменениях сосудистой стенки для диагностики и раннего прогнозирования развития сосудистых осложнений. ***Методы и материалы:*** в работе использованы данные компьютерной томографической ангиографии с контрастным усилением брахиоцефальных артерий и ультразвуковой допплерографии сосудов шеи 4-х пациентов с различной степенью стеноза. В программе Comsol Multiphysics построена компьютерная модель атеросклеротического процесса в брахиоцефальных артериях и артериях Виллизиевого круга с применением метода конечных элементов для расчета количественных характеристик крови. Также в программе Comsol Multiphysics использовались физические интерфейсы: для расчёта течения крови был выбран физический интерфейс Laminar Flow, для расчета напряженно-деформированного состояния стенок использовался мультифизический интерфейс Fluid Solid Interaction (взаимодействие жидкости и твердого тела) с фиксированной геометрией, для анализа структурных оболочек сосуда и бляшки использовался физический интерфейс Shell. Разработана математическая модель движения жидкостей в кровеносном сосуде (уравнение Навье – Стокса, уравнение неразрывности, уравнение равновесия). ***Результаты и их обсуждение.*** На основе разработанной имитационной модели атеросклеротического процесса создано приложение, обладающее простым и удобным пользовательским интерфейсом и ориентированное на медицинских работников. Функционал данного приложения позволяет пользователю настроить параметры геометрии (размеры, количество и месторасположение атеросклеротических бляшек в сосудах) и скорость кровотока в соответствии с требованиями проводимого исследования. С помощью этого приложения пользователь может создать персонифицированную модель для исследования пациентов с сердечно-сосудистой патологией. Выводы. Созданная компьютерная модель брахиоцефальных артерий с Виллизиевым кругом и разработанное на ее основе приложение может использоваться в клинической практике как дополнительный метод диагностики атеросклероза в помощь другим методам визуализации и раннего прогнозирования развития его осложнений, а также для исследования патогенетической роли атеросклеротического процесса у больных с сердечно-сосудистой патологией.

Ключевые слова: Компьютерное моделирование, атеросклероз, Виллизиев круг, атеросклеротические бляшки, брахиоцефальные артерии.

Для ссылки: Цветкова Н.В., Случанко Е.И. Компьютерное моделирование влияния атеросклеротического процесса во внутренней сонной артерии на гемодинамику брахиоцефальных артерий и виллизиева круга // Вестник современной клинической медицины.– 2022. – Т.15, вып.5. - С.73-80. DOI: 10.20969/VSKM.2022.15(5).73-80.

COMPUTER SIMULATION OF ATHEROSCLEROTIC PROCESS INFLUENCE IN THE INTERNAL CAROTID ARTERY ON THE HEMODYNAMICS OF BRACHIOCEPHAL ARTERIES AND THE CIRCLE OF WILLISIAN

TSVETKOVA NADEZHDA V., *ORCID ID: Resident Physician, Department of Radiation Diagnostics and Medical Imaging, V.A. Almazov National Medical Research Center, Assistant Professor of the Department of Fundamental Medicine and Biochemistry, Pskov State University, Russia, 180007, Pskov, Krasnoarmeyskaya st., 1, tel.: +7-911-396-04-69, e-mail: nadya.cvetkova@mail.ru*

SLUCHANKO EVGENIA I., *ORCID ID: Dr. Med. Sci., Professor, Head of the Department of Fundamental Medicine and Biochemistry, Pskov State University, 1 Krasnoarmeyskaya st., Pskov, 180007, Russia, tel.: +7-911-629-60-37, e-mail: evgenija-sluchanko@rambler.ru*

Abstract. ***Introduction.*** The wide prevalence of atherosclerosis, as the main cause of the pathology of the cardiovascular system, determines its medical and social significance. Currently, the diagnosis of atherosclerosis is carried out by Doppler ultrasound and radiopaque CT- angiography. However, the most promising direction in the diagnosis of atherosclerosis is the creation and implementation in clinical practice of simulation computer models of the atherosclerotic process. ***Aim.*** The aim is to develop a simulation computer model of brachiocephalic arteries with the circle of Willis in normal conditions

and with atherosclerotic changes in the vascular wall for the diagnosis and early prediction of the development of vascular complications. ***Material and methods.*** Data of X-ray contrast CT angiography of brachiocephalic arteries and ultrasound Dopplerography of neck vessels 4 patients with varying degrees of stenosis were used in the work. A computer model of the atherosclerotic process in the brachiocephalic arteries and arteries of the circle of Willis was built in the Comsol Multiphysics program using the finite element method to calculate the quantitative characteristics of blood. A mathematical model has been developed for the movement of fluids in blood vessel (Navier-Stokes equation, continuity equation, equilibrium equation). ***Results and discussion.*** Based on the developed simulation model of the atherosclerotic process, an application focused on medical workers has been created. The functionality of this application allows the user to adjust the geometry parameters (size, number and location of atherosclerotic plaques in the vessels) and the blood flow rate in accordance with the requirements of the study. With this application, the user can create a personalized model for the study of patients with cardiovascular pathology. ***Conclusion.*** The created computer model of brachiocephalic arteries with the circle of Willis and the application developed on its basis can be used in clinical practice as an additional in support of other imaging methods method for diagnosing atherosclerosis and early prediction of its complications, as well as for studying the pathogenetic role of the atherosclerotic process in patients with cardiovascular pathology.
Key words: Computer simulation, atherosclerosis, circle of Willis, atherosclerotic plaques, brachiocephalic arteries.
For reference: Tsvetkova NV, Sluchanko EI. Computer simulation of atherosclerotic process influence in the internal carotid artery on the hemodynamics of brachiocephal arteries and the circle of willisian. The Bulletin of Contemporary Clinical Medicine. 2022.15(5):73-80. ***DOI:*** 10.20969/VSKM.2022.15(5).73-80.

Введение. По данным Всемирной организации здравоохранения заболевания сосудов являются одними из самых распространённых и играют важнейшую роль в развитии патологии сердечно-сосудистой системы [1]. Широкая распространённость атеросклероза, как важнейшего фактора высокой инвалидизации и смертности в мире, определяет его медико-социальную значимость [2]. Однако, несмотря на большое количество научных публикаций, посвящённых биомеханике образования атеросклеротических бляшек (АБ) и факторов, влияющих на их образования, процесс до конца ещё не изучен. Развитие атеросклероза обусловлено сочетанием многих этиопатогенетических факторов: генетических нарушений, выраженных изменений морфофункционального состояния кровеносных сосудов, уровнем атерогенности липопротеидов плазмы крови [3]. Появление небольшого локального сужения за счёт АБ влияет на весь процесс кровообращения, даже с учётом того, что организм пытается восстановить нормальный кровоток. Наиболее опасным осложнением атеросклероза брахицефальных артерий (БЦА) является обширный инсульт, занимающей второе место по частоте летальных осложнений [4]. Увеличивается количество больных с атеросклеротическим поражением внутренних сонных артерий (ВСА). Многими авторами доказано, что лечение больных с атеросклерозом должно быть комплексным и обязательно включать методы патогенетического воздействия, позволяющие повысить эффективность лечения. На сегодняшний день существуют различные методы лечения атеросклероза – от медикаментозного до хирургического. Эффективное лечение и успешное предупреждение нарушений мозгового кровообращения во многом зависит от диагностики параметров потока крови у больных с атеросклеротическим поражением сосудов [5]. Диагностику атеросклероза проводят методами ультразвуковой допплерографии (УЗДГ) и компьютерной томографической ангиографии с контрастным усилением. Среди перспективных направлений в диагностике атеросклеротического процесса с целью раннего прогнозирования развития осложнений у больных сердечно–сосудистой патологией является создание и внедрение в клиническую практику имитационных компьютерных моделей.

Цель исследования – разработка имитационной компьютерной модели брахиоцефальных артерий с Виллизиевым кругом в норме и при атеросклеротических изменениях сосудистой стенки для диагностики и раннего прогнозирования развития сосудистых осложнений.

Материал и методы. В работе использованы данные компьютерной томографической (КТ) ангиографии брахиоцефальных артерий с контрастным усилением и УЗДГ сосудов шеи 4-х пациентов с различной степенью атеростеноза ВСА. В программе Comsol Multiphysics построена компьютерная модель атеросклеротического процесса в БЦА и артериях Виллизиевого круга с применением метода конечных элементов для расчета количественных характеристик крови [6].

Алгоритм построения геометрической модели [7]:

1. Создание 3D реконструкции по данным КТ срезов в программе Инобитек DICOM-Просмотрщик;
2. Сегментация 3D модели;
3. Построение геометрической 3D модели в программе SolidWorks;
4. Построение компьютерной геометрической 2D модели в Comsol Multiphysics. Модель 2D использовалась для удобства и простоты проведения численных экспериментов. Она значительно сокращает вычислительное время и память;
5. Наложение на модель сетки конечных элементов;
6. Исследование биомеханических процессов в среде Comsol Multiphysics.

Для изучения гемодинамических свойств кровотока в артериях, пораженных атеросклерозом, в программе Comsol Multiphysics использовались следующие физические интерфейсы: для расчёта течения крови был выбран физический интерфейс Laminar Flow, для расчета напряженно-деформированного состояния стенок использовался мультифизический интерфейс Fluid Solid Interaction (взаимодействие жидкости и твердого тела) с фиксированной геометрией, для анализа структурных оболочек сосуда и бляшки использовался физический интерфейс Shell [7]. В работе были решены связанные задачи теории упругости и гидродинамики, т. е. разработана математическая модель движения жидкостей в кровеносном сосуде [7]. В осно-

ве этого моделирования лежит решение системы уравнений Навье–Стокса и уравнение неразрывности, а также уравнение равновесия. Математически были решены связанные задачи: задача гидродинамики кровотока с учётом перепада давления, заданных граничных условий и задача деформации [8]. Кровь моделировалась как вязкая, несжимаемая, однородная ньютоновская жидкость. Материалы стенки сосуда и бляшки рассматривались как два разных изотропных, сплошных, однородных материалов. Стенки сосудов предполагались идеально-упругими, бляшка мягкой или жёсткой. Основные параметры и свойства для крови, стенок сосуда и бляшки представлены в таблице 1.

Таблица 1

Основные параметры, используемые при моделировании

Table 1

The main parameters used in the simulation

	Для крови		Для стенки сосуда	Для бляшки мягкой	Для бляшки жёсткой
Плотность крови	1050 кг/м^3	Плотность	1378 кг/м^3	1400 кг/м^3	1400 кг/м^3
Динамическая вязкость	0,004 Пас	Модуль упругости	0,55 МПа	0,275 МПа	1,1 МПа
Скорость кровотока на входе в аорту	0,8 м/с	Коэффициент Пуассона	0,4	0,4	0,4

Созданная компьютерная математическая модель позволила смоделировать задачу гидродинамики с использованием свойств жидкости, как у для стенки сосуда и бляшки [9]. Для определения статистической значимости данных, полученных в результате моделирования, использовался параметрический критерий Стьюдента (t-критерий) для зависимых групп. Так как во всех случаях полученная величина p-значения была меньше уровня статистической значимости равного 0.05, делается заключение о достоверности полученных результатов.

Результаты и их обсуждение. Анализ результатов моделирования проводился для всей модели, включающей аорту, БЦА и Виллизиев круг (ВК), и сопоставимую по своим свойствам с реалистической моделью биологического объекта, при сужении просвета сосуда АБ на 30%, 50%, 80% на участке левой ВСА и при сужении на 30% обеих ВСА. В построенных моделях сравнивали скорость кровотока, перепады давления и напряжённо –деформированное состояние стенки сосуда ВСА (эффективное напряжение по Мизесу). На эпюрах распределения скорости кровотока при стенозе ВСА крови. Это позволило получить распределение давления жидкости на стенку сосуда и смоделировать задачу деформации с параметрами и свойствами (рис.1.) наблюдается увеличение скорости кровотока в месте сужения просвета ВСА атеросклеротической бляшкой. При стенозе левой ВСА по сравнению с интактными сосудами увеличивается скорость кровотока в артериях Виллизиева круга и в правой ВСА. Наиболее значительно это проявляется при 80% стенозе ВСА. В этом случае скорость кровотока увеличивается в передней мозговой артерии в 12.5 раз, в средней мозговой в 7.3 раза, в задней мозговой в 3.7 раза. При стенозе обеих ВСА на 30%, происходит увеличение скорости кровотока в артериях Виллизиева круга по сравнению с ВСА, не поражёнными атеросклерозом: в передних мозговых в 10 раз, в средних мозговых в 4.3 раза, в задних мозговых 2.5 раза.

Таким образом, по данным эпюр (рис.1.) при стенозе более, чем на 50% ВСА, а тем более при наличии поражения ВСА с обеих сторон, нарушается кровоснабжение головного мозга, что может привести к развитию инсульта [10].

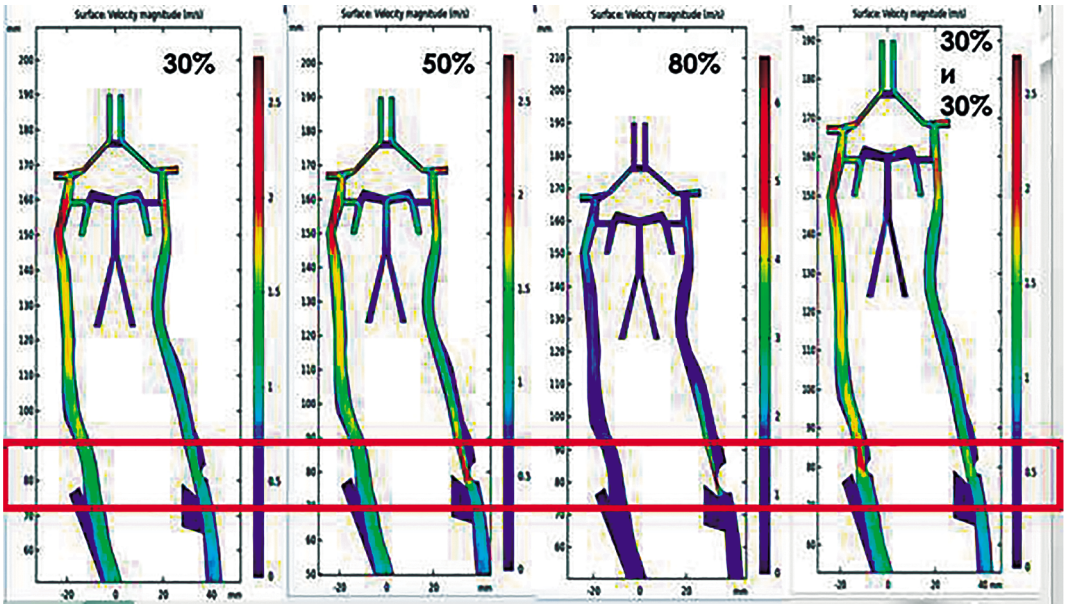

Рис.1. Эпюры распределения скорости кровотока при стенозе ВСА

Fig.1. Plots of blood flow velocity distribution in ICA stenosis

По данным графика (рис.2.), выведенного на основании данных по результатам моделирования скорости кровотока при стенозе ВСА (рис.1), наблюдается корреляция скорости кровотока со степенью сужения просвета ВСА, т.е. чем больше степень сужения просвета сосуда, тем больше скорость кровотока. А высокая скорость кровотока может привести к повреждению верхнего слоя бляшки [11,12].

Рис.2. График зависимости скорости кровотока от степени сужения просвета ВСА.
Fig.2. Graph of the dependence of blood flow velocity on the degree of narrowing of the ICA.

По данным, представленным на эпюрах распределения давления кровотока при стенозе ВСА (рис.3.), определяется, что в районе местоположения атеросклеротической бляшки имеет место перепад давления и искривление линий равного давления. Это означает, что на наветренной стороне бляшки наблюдается артериальная гипертензия, а на подветренной артериальная гипотензия, что приводит к кавитации и регургитации крови в области бляшки и как следствие, изъязвлению АБ. Также на эпюрах видно снижение давления в артериях ВК, что обуславливает увеличение кровотока в них.

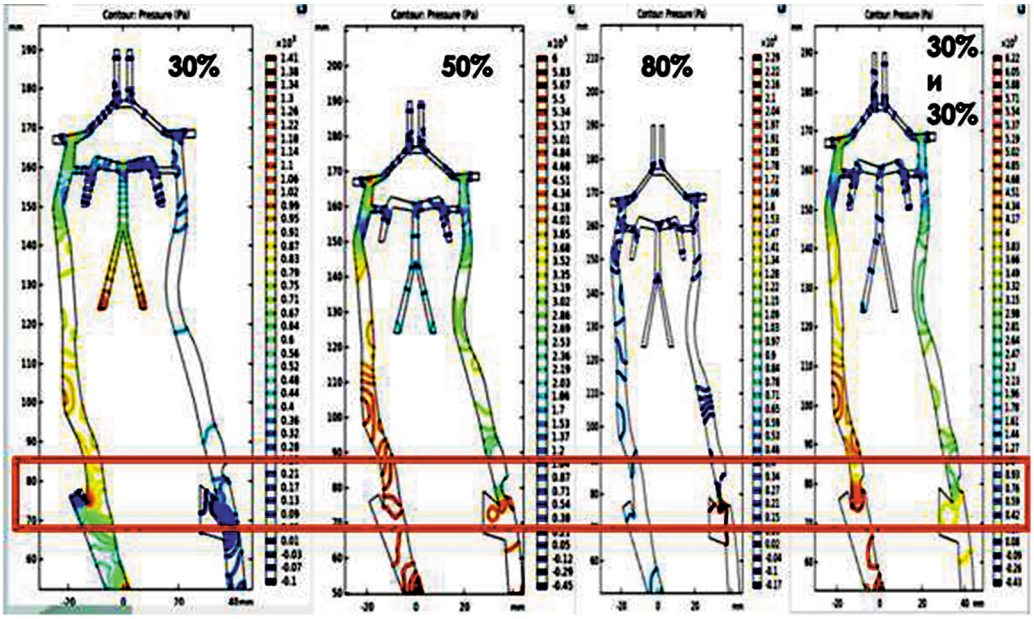

Рис.3. Эпюры распределения давления при стенозе ВСА
Fig.3. Pressure distribution diagrams in ICA stenosis

При оценке эпюр распределения линий направления кровотока при сужении ВСА (рис.4.) выявляется наличие зоны вихревого движения не только в области расположения атеросклеротической бляшки, но и других областях сосудистого русла, а именно в области передней соединительной артерии. Локальное завихрение кровотока объясняется тем, что кровь встречает препятствие на своем пути и линии тока крови искривляются по сравнению с общим потоком и, как следствие, в зоне вихревого движения крови увеличивается вязкость и сопротивление крови, что приводит к повреждению эндотелия сосуда и увеличению его толщины [13]. Таким образом образуются области зарождения атеросклеротических бляшек и создаются условия для тромбообразования. Стоит отметить, что чем больше степень стеноза, тем больше зона вихревого течения крови. Также из-за перепада давлений в области расположения атеросклеротической бляшки будет наблюдаться процесс регургитации крови [14].

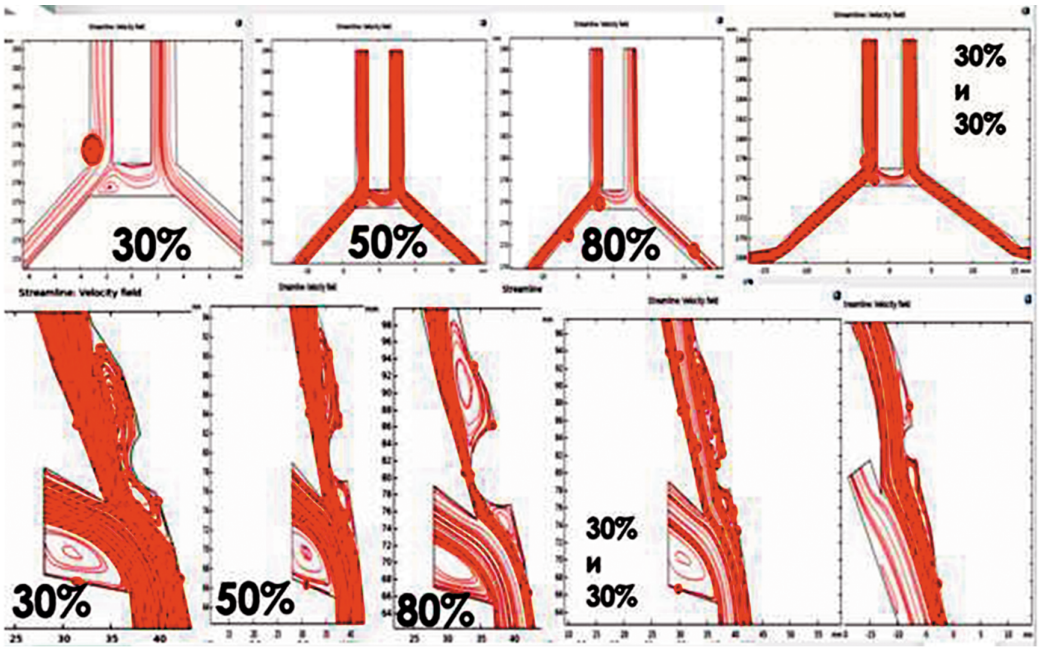

Рис.4. Эпюры распределения линий направления кровотока при стенозе ВСА
Fig.4. Distribution diagrams of blood flow direction lines in ICA stenosis

Анализ результатов распространение эффективных напряжений по Мизесу в стенке для мягкой и жесткой бляшек, показал, чем выше значение эффективного напряжения, тем сильнее напряжение и подверженность разрушению. На эпюрах (рис.5, рис.6, рис.7) показано, что максимальное значение напряжения наблюдается на стыке здорового участка сосуда и участка с атеросклеротической бляшкой, т. е. эта область наиболее подвержена избыточному напряжению, и на ее месте в дальнейшем может произойти разрыв или возникнуть аневризма. Знания о наличии и расположения таких областей необходимо учитывать при хирургическом лечении атеросклероза. Разница напряжений между жесткой бляшкой и здоровым сосудом создает дополнительные потоки и завихрении, что приводит к увеличению бляшки. Повышенный уровень эффективного напряжения на стыке здорового сосуда и участка с мягкой атеросклеротической бляшкой приводит к нарушению её целостности. Эффективное напряжение в случае с мягкой бляшкой на порядок выше, чем с жёсткой [15]. Т.е. мягкие бляшки являются более эмбологенными.

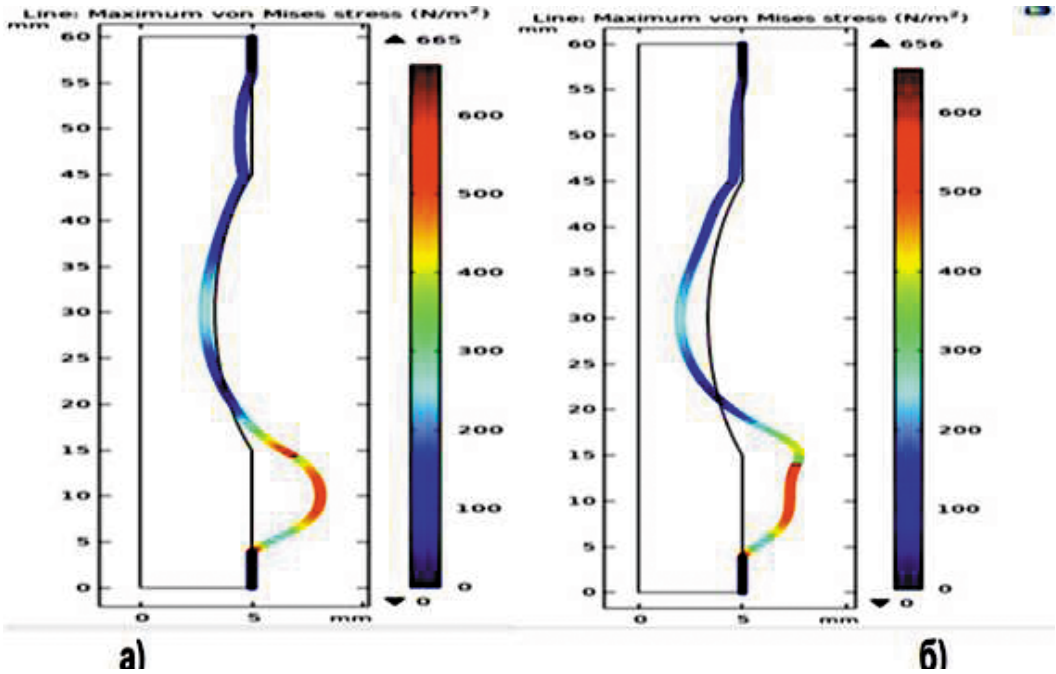

Рис.5. Эпюры распределения напряжения по Мизесу в стенке сосуда. Сужение 30% (а - жесткая бляшка; б — мягкая бляшка)
Fig.5. Plots of the von Mises stress distribution in the vessel wall. Narrowing 30% (a - hard plaque; b - soft plaque)

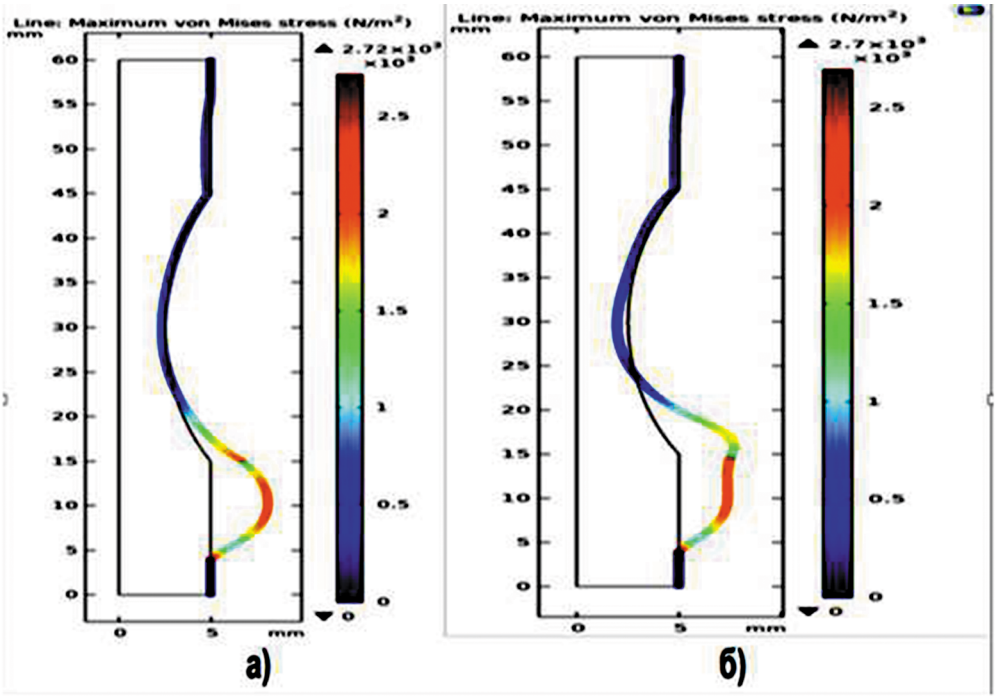

Рис.6. Эпюры распределения напряжения по Мизесу в стенке сосуда. Сужение 50% (а - жесткая бляшка; б — мягкая бляшка)
Fig.6. Plots of the von Mises stress distribution in the vessel wall. Narrowing 50% (a - hard plaque; b - soft plaque)

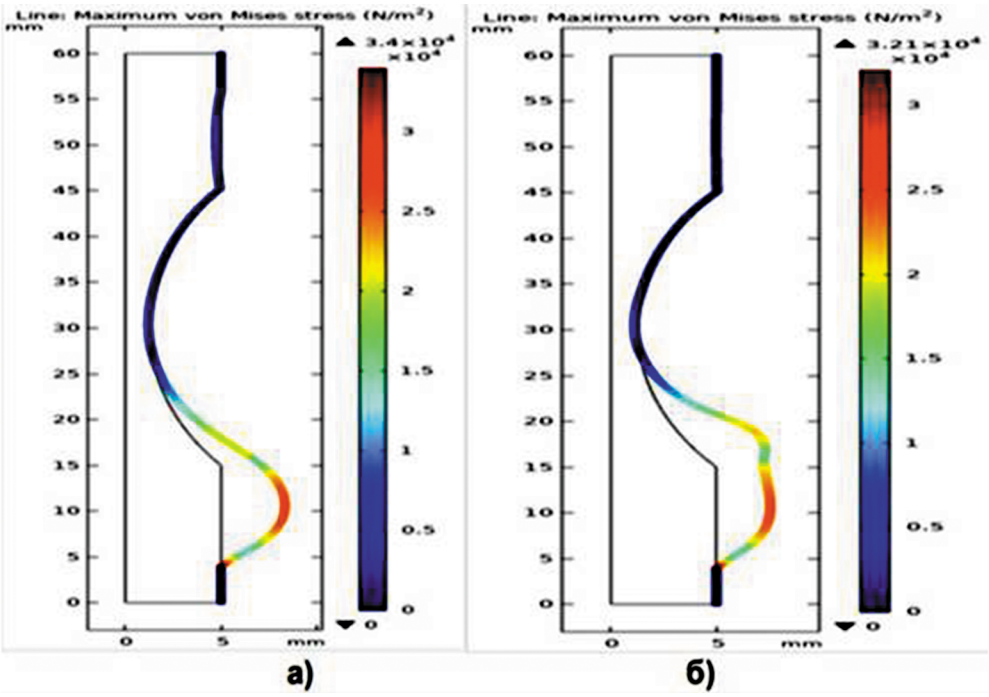

Рис.6. Эпюры распределения напряжения по Мизесу в стенке сосуда. Сужение 50% (а - жесткая бляшка; б — мягкая бляшка)
Fig.6. Plots of the von Mises stress distribution in the vessel wall. Narrowing 50% (a - hard plaque; b - soft plaque)

Рис.7. Эпюры распределения напряжения по Мизесу в стенке сосуда.
Сужение 80% (а - жесткая бляшка; б — мягкая бляшка)
Fig.7. Plots of the von Mises stress distribution in the vessel wall.
Narrowing 80% (a - hard plaque; b - soft plaque)

На основе разработанной имитационной модели атеросклеротического процесса создано приложение (рис.8.), обладающие простым и удобным пользовательским интерфейсом и ориентированное на медицинских работников. Функционал данного приложения позволяет пользователю настроить параметры геометрии (размеры, количество и месторасположение атеросклеротических бляшек в сосудах) и скорость кровотока, в соответствии с требованиями проводимого исследования. С помощью этого приложения пользователь может создать собственную уникальную модель.

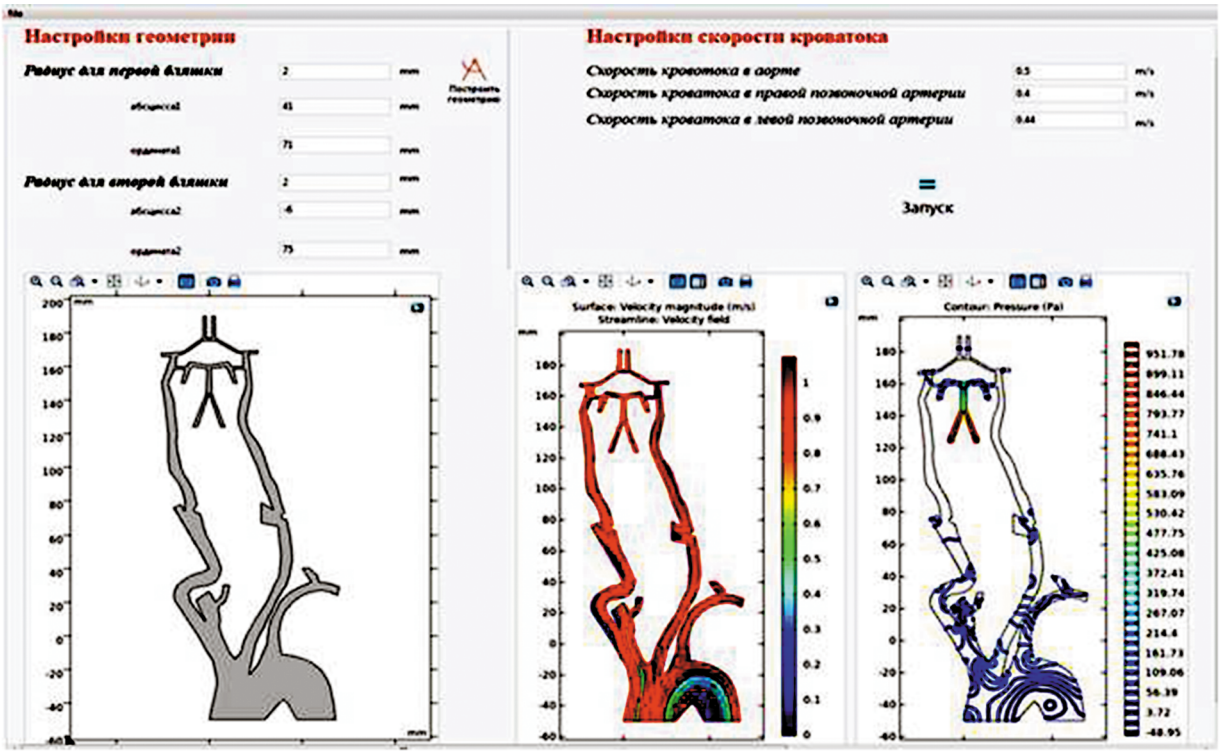

Рис.8.Приложение для исследования гемодинамики БЦА при атеросклеротическом поражении
Fig. 8. Application for the study of hemodynamics of BCA in atherosclerotic lesions

Выводы. Занимаясь поиском профессиональных источников по данной теме - аналогов и прототипов, анализируя их содержание, можно прийти к выводу, что много разработано математических моделей в области гемодинамики. Но необходимо их дальнейшее развитие, которое заключается в разработке компьютерных моделей с целью практического применения для прогнозирования возможных осложнений заболеваний сердечно-сосудистой системы.

Таким образом, созданная компьютерная модель БЦА с ВК и разработанное на ее основе приложение могут использоваться в клинической практике как дополнительный метод диагностики атеросклероза в помощь другим методам визуализации, т.к. имеет ряд преимуществ, особенно по сравнению с ультразвуковым исследованием: операторонезависимость, оценка поражения сосудов мелкого диаметра, определение особенностей гемодинамики в артериях Виллизиева круга при различной степени атеростеноза ВСА, выявление мелких атеросклеротических бляшек с помощью определения зон вихревого тока крови и более достоверная оценка нестабильности бляшки путем определения критических эффективных напряжений по Мизесу. Также данную модель можно использовать для прогнозирования развития осложнений атеросклероза, таких как аневризма и ишемический инсульт, с помощью оценки эффективных напряжений по Мизесу, действующих на стенку ВСА. Разработанное на базе данной модели приложение позволит создать персонифицированную модель атеросклероза посредством изменения скорости кровотока, размера и местоположения АБ. Необходимо отметить, что модель БЦА дает возможность определить размеры стента с учетом наличия участков сосудистой стенки подверженных избыточному напряжению и позволяет рассчитать это напряжение и определить его критическое значение, что другие методы диагностики сделать не могут. С помощью данной модели можно изменить вязкость крови, задав нужное значение в программе, и рассмотреть гемодинамику больного с Covid-19, учитывая частоту развития атеросклеротических изменений сосудов у больных с этой патологией. Данную модель БЦА с приложением можно использовать для исследования патогенетической роли атеросклеротического процесса у людей, имеющих сердечно-сосудистую патологию.

Протокол исследования был одобрен этическим комитетом Псковского государственного университета.

Прозрачность исследования. *Исследование не имело спонсорской поддержки. Авторы несут полную ответственность за предоставление окончательной версии рукописи в печать.*

Декларация о финансовых и других взаимоотношениях*. Все авторы принимали участие в разработке концепции, дизайна исследования и в написании рукописи. Окончательная версия рукописи была одобрена всеми авторами. Авторы не получали гонорар за исследование.*

Литература / References.

1. Окороков А.Н. Лечение болезней внутренних органов. Лечение болезней сердца и сосудов. Лечение болезней системы крови // Москва: Медицинская литература, 2021. — Т.3, Кн.1. - 474 с. [Okorokov AN. Lechenie

boleznej vnutrennih organov. Lechenie boleznej serdca i sosudov. Lechenie boleznej sistemy krovi [Treatment of diseases of internal organs. Treatment of diseases of the heart and blood vessels. Treatment of diseases of the blood system]. Moskva: Medicinskaya literature [Moscow: Medical Literature]. 2021; 3(1): 474p. (In Russ.)] https//znanium.com/catalog/product/1360835.pdf
2. Дроздов А.А., Дроздова М.В. Болезни сердца и сосудов: полный справочник // Саратов: Научная книга, 2019. — 668 с. [Drozdov AA, Drozdova MV. Bolezni serdca i sosudov: polnyj spravochnik [Diseases of the heart and blood vessels: complete reference book]. Saratov: Nauchnaya kniga [Saratov: Scientific book]. 2019; 668 p. (In Russ.)]. https//profspo.ru/books/80194
3. Уайт П.Д. Ключи к диагностике и лечению болезней сердца: монография // Москва: Медицинская литература, 2021. — 191 с. [Uajt PD. Klyuchi k diagnostike i lecheniyu boleznej serdca monografiya [Keys to the diagnosis and treatment of heart disease: monograph]. Moskva: Medicinskaya literatura [Moscow: Medical Literature]. 2021; 191 p. (In Russ.)]. URL:https://znanium.com/catalog/product/1360843
4. Верещагин Н.В., Моргунов В.А., Гулевская Е.С. Патология головного мозга при атеросклерозе и артериальной гипертонии: монография // Москва: Медицина, 1997. - 287 с. [Vereshchagin NV, Morgunov VA, Gulevskay TS. Patologiya golovnogo mozga pri ateroskleroze i arterial'noj gipertonii: monografiya [Pathology of the brain in atherosclerosis and arterial hypertension: monograph]. Moskva: Medicina [Moscow: Medicine]. 1997; 287 p. (In Russ.)]. https://bookree.org/reader?file=562450
5. Белов Ю.В., Комаров Р.Н. Тактика хирургического лечения мультифокальных стенотических поражений артериальных бассейнов // Хирургия. Журнал им. Н.И. Пирогова. — 2007. — No3. — С. 6064. [Belov YuV, Komarov RN. Taktika hirurgicheskogo lecheniya mul'tifokal'nyh stenoticheskih porazhenij arterial'nyh bassejnov [Tactics of surgical treatment of multifocal stenotic lesions of arterial basins] Hirurgiya. Zhurnal im. Pirogova NI [Surgery. Journal them Pirogov NI]. 2007; (3); 6064 p. (In Russ.)]. https://www.elibrary.ru/item.asp?id=13285761
6. Акопов А. С. Имитационное моделирование: учебник и практикум для вузов // Москва: Юрайт, 2020. — 389 с. [Akopov AS. Imitacionnoe modelirovanie: uchebnik i praktikum dlya vuzov [Simulation modeling: textbook and workshop for universities]. Moskva: Yurajt [Moscow: Yurayt]. 2020; 389 p. (In Russ.)]. http://simulation.su/uploads/files/default/2014-uch-prakt-akopov.pdf
7. Скобцов Ю.А., Родин Ю.В., Оверко В.С. Моделирование и визуализация поведения потоков крови при патологических процессах // Донецк: Издатель Заславский А.Ю., 2008. - 212 с. [Skobcov YuA, Rodin YuV, Overko VS. Modelirovanie i vizualizaciya povedeniya potokov krovi pri patologicheskih processah [Modeling and visualization of the behavior of blood flows in pathological processes]. Doneck: Izdatel' Zaslavskij AYu [Donetsk: Publisher Zaslavskiy AYu]. 2008; 212 p. (In Russ.)]. http://www.mif-ua.com/media/uploads/reading_book_full_texts/skobtsov.pdf
8. Бегун П.И., Афонин П.Н. Моделирование в биомеханике: учебное пособие // Москва: Высш. шк., 2004. — 390 с. [Begun PI, Afonin PN. Modelirovanie v biomekhanike: uchebnoe posobie [Modeling in Biomechanics: Tutorial]. Moskva: Vyssh. shk. [Moscow: Graduate School]. 2004; 390 p. (In Russ.)].
9. Djordjevic Vladan D. On the fluid flow over a compliant wall. Facta Univ. Ser. Mech., Autom. Contr. and Rob. Univ. Nis. 2000; 2, (10): 1219-1232. http://facta.junis.ni.ac.rs/macar/macar2000/macar2000-17.pdf
10. Cassot F. Hemodynamic role of the circle of Willis in stenoses of internal carotid arteries. An analytical solution of a linear model. Journal of biomechanics.1999; 6:395 - 405. https://pubmed.ncbi.nlm.nih.gov/10768388
11. Белоцерквская М.А., Родин Ю.В., Михайличенко В.Ю., и др. Моделирования кровотока в сонной артерии в области атеросклеротической бляшки в двумерной и трёхмерной постановке // Таврический медико-биологический вестник - 2014. - No 2. - С. 13 - 16. [Belocerkvskaya MA, Rodin YuV, Mihajlichenko VYu, et nl. Modelirovaniya krovotoka v sonnoj arterii v oblasti aterosklerotycheskoj blyashki v dvumernoj i tryohmernoj postanovke [Modeling of blood flow in the carotid artery in the area of atherosclerotic plaque in two and three dimensions]. Tavricheskij mediko-biologicheskij vestnik [Tauride Medical and Biological Bulletin]. 2014: 2 (66): 13 - 16. (In Russ.)]. https://www.elibrary.ru/download/elibrary22833549321192 71.pdf
12. Педли Т. Гидродинамика крупных кровеносных сосудов: монография // Москва: Мир, 1983. - 400 с. [Pedli T. Gidrodinamika krupnyh krovenosnyh sosudov: monografiya [Hydrodynamics of large blood vessels: monograph]. Moskva: Mir [Moscow: World]. 1983; 400 p. (In Russ.)]. https://bookree.org/reader?file=469538
13. Zabielski L. Unsteady blood flow in a helically symmetric pipe. Journal of Fluid Mechanics Cambridge University Press. 1998; 370: 297-320. DOI: 10.1017/S0022112098001992
14. Борисюк А.О. Экспериментальное исследование пристенного давления в трубе за стенозом // Акустический вестник. — 2003. — No5. - С.19-26. [Borisyuk AO. Eksperimental'noe issledovanie pristennogo davleniya v trube za stenozom [Experimental study of near-wall pressure in a pipe behind a stenosis]. Akusticheskij vestnik [Acoustic messenger]. 2003; 5: 19-26. (In Russ.)]. http://hydromech.org.ua/content/ru/av/05-1_13-21.html
15. Taylor CA, Hughes TJR, Zarins CR. Finite Element Modeling of Blood Flow in Arteries. Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 1998; 158: 155-196. DOI: 10.1016/S0045-7825(98)80008-X